



ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СРЕДНЕРУССКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Кафедра экономики и управления

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ИИС и ЭО

*Миронова Л.И.* Миронова Л.И.

25 августа 2017 г.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Укрупненная группа направлений и специальностей	37.00.00. Психологические науки
Направление подготовки:	37.03.01. Психология
Профиль:	Психология развития и образования

Разработал: Джусов Ю.П., к.т.н.

№ пп	На учебный год	ОДОБРЕНО на заседании кафедры		УТВЕРЖДАЮ заведующий кафедрой	
		Протокол	Дата	Подпись	Дата
1	2017 - 2018	№ 1	«25» августа 2017 г.	<i>Миронова Л.И.</i>	«25» августа 2017 г.
2	20__ - 20__	№	« » 20__ г.		« » 20__ г.
3	20__ - 20__	№	« » 20__ г.		« » 20__ г.
4	20__ - 20__	№	« » 20__ г.		« » 20__ г.

Обнинск 2017

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ ПО ФГОС ВО

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 37.03.01 Психология (квалификация (степень) «академический бакалавр») утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 7 августа 2014 года № 946 дисциплина «Математическая статистика» входит в состав базовой части, в соответствии с учебным планом института является обязательной для изучения.

## 2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая статистика» включает 21 тему. Темы объединены в восемь дидактических единиц: «Основные понятия математической статистики. Точечное оценивание», «Сравнение оценок», «Эффективные оценки», «Распределения, связанные с нормальными», «Проверка гипотез», «Критерии согласия», «Исследования статической зависимости».

Цель изучения дисциплины заключается в формировании у студентов математической культуры и логического мышления, выработки представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и корректно использовать математические понятия и символы для выражения количественных и качественных отношений.

Основными задачами изучения дисциплины являются:

1. Развитие у обучающихся логического и алгоритмического мышления.
2. Формирование и закрепление у обучающихся методов математической статистики, необходимых для решения профессиональных задач.
3. Формирование умений применения методов математической статистики на практике.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ)

Изучение дисциплины «Математическая статистика» направлено на формирование следующих планируемых результатов обучения студентов по дисциплине. Планируемые результаты обучения (ПРО) студентов по этой дисциплине являются составной частью планируемых результатов освоения образовательной программы и определяют следующие требования. После освоения дисциплины студенты должны:

### **Овладеть компетенциями:**

**ПК-2** Отбор и применение психодиагностических методик, адекватных целям, ситуациям и контингенту респондентов с последующей математико-статистической обработкой данных и их интерпретацией.

После изучения дисциплины студенты должны:

**знать:** основные математические и статистические методы обработки данных, полученных при решении основных профессиональных задач.

**уметь:** получать, обрабатывать и интерпретировать данные исследований с помощью математико-статистического аппарата.

**владеть:** навыками использования в профессиональной деятельности базовых знаний в области естествознания, информатики и современных информационных технологий, использования ресурсов Интернет.

## 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Знания и умения, приобретаемые после изучения дисциплины «Математическая статистика» будут использоваться при психологических исследованиях, при анализе форм взаимодействия в трудовых коллективах, при психодиагностике различных групп респондентов.

Согласно учебному плану дисциплина «Математическая статистика» изучается на первом курсе при заочной форме обучения.

Компетенции, знания и умения, приобретаемые студентами после изучения дисциплины будут использоваться ими в ходе осуществления профессиональной деятельности.

## 5. ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ И ИХ ТРУДОЁМКОСТЬ

### заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего зачетных единиц (академических часов – ак. ч.)	Курс
		1
1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины	144(4)	144(4)
Аудиторные занятия (контактная работа обучающихся с преподавателем), из них:	16	16
- лекции (Л)	6	6
- семинарские занятия (СЗ)	10	10
- практические занятия (ПЗ)		
- лабораторные занятия (ЛЗ)		
Самостоятельная работа студента (СРС), в том числе:	128	128
- курсовая работа (проект)		
- контрольная работа	+	+
- доклад (реферат)		
- расчетно-графическая работа		
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет

## 6. ТЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование модуля (дидактические единицы)	№ п/п	Тема	Перечень планируемых результатов обучения (ПРО)
1	Основные понятия математической статистики. Точечное оценивание	1	Понятия выборочного метода. Выборочное распределение.	ПК-2
		2	Эмпирическая функция распределения, гистограмма	ПК-2
		3	Точечные оценки. Не смещенность, состоятельность оценок	ПК-2
		4	Методы нахождения оценок. Состоятельность оценок метода моментов	ПК-2
		5	Методы нахождения оценок: метод максимального правдоподобия	ПК-2
2	Сравнение оценок. Эффективные оценки	6	Среднеквадратичный подход. Эффективность оценок	ПК-2
		7	Асимптотически нормальные оценки. Асимптотический подход к сравнению оценок	ПК-2
		8	Регулярность семейства распределений. Неравенство Рао-	ПК-2

			Крамера	
		9	Интервальное оценивание	ПК-2
3	Распределения, связанные с нормальными	10	Распределение «хи-квадрат» и его свойства	ПК-2
		11	Распределение Стьюдента и его свойства	ПК-2
		12	Распределение Фишера	ПК-2
4	Проверка гипотез	13	Две простые гипотезы	ПК-2
		14	Подходы к сравнению критериев	ПК-2
		15	Построение оптимальных критериев	ПК-2
5	Критерии согласия	16	Критерии согласия: критерий Колмогорова	ПК-2
		17	Критерий согласия: критерий Пирсона	ПК-2
		18	Проверка гипотезы однородности и независимости	ПК-2
6	Исследование статистической зависимости	19	Математическая модель регрессии	ПК-2
		20	Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов	ПК-2
		21	Общая модель линейной регрессии	ПК-2

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### заочная форма обучения

№ п.п.	Темы дисциплины	Трудоемкость	Лекции	ЛР	ПЗ	СЗ	СРС
1	Понятия выборочного метода. Выборочное распределение	8					8
2	Эмпирическая функция распределения, гистограмма	8	0,6			1	6,4
3	Точечные оценки. Не смещенность, состоятельность оценок	6	0,6			1	4,4
4	Методы нахождения оценок. Состоятельность оценок метода моментов	8	0,6			1	6,4
5	Методы нахождения оценок: метод максимального правдоподобия	8	0,6			1	6,4
6	Среднеквадратичный подход. Эффективность оценок	5	0,6			1	3,4
7	Асимптотически нормальные оценки	5	0,6			1	3,4
8	Регулярность семейства распределений. Неравенство Рао-Крамера.	6					6
9	Интервальное оценивание	8	0,6			1	6,4
10	Распределение «хи-квадрат» и его свойства	8					8
11	Распределение Стьюдента и его свойства	8					8
12	Распределение Фишера	8					8
13	Две простые гипотезы	6	0,6			1	4,4

14	Подходы к сравнению критерий	6				6
15	Построение оптимальных критериев	6	0,6		1	4,4
16	Критерии согласия: критерий Колмогорова	8				8
17	Критерий согласия: критерий Пирсона	8				8
18	Проверка гипотезы однородности и независимости	8				8
19	Математическая модель регрессии	4				4
20	Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов	8	0,6		1	6,4
21	Общая модель линейной регрессии	4				4
Итого:		144	6		10	128

## 8. СЕМИНАРСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом предусмотрено проведение семинарских занятий по дисциплине.

Рекомендуемые темы для проведения семинарских занятий:

### заочная форма обучения:

1. Эмпирическая функция распределения, гистограмма.
2. Точечные оценки. Не смещенность, состоятельность оценок.
3. Методы нахождения оценок. Метод моментов. Состоятельность оценок метода моментов.
4. Методы нахождения оценок: метод максимального правдоподобия.
5. Среднеквадратический подход. Эффективность оценок.
6. Асимптотически нормальные оценки.
7. Интервальное оценивание.
8. Две простые гипотезы.
9. Построение оптимальных критериев.
10. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов.

## 9. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Учебным планом не предусмотрены.

## 10. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Учебным планом не предусмотрены.

## 11. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

### 11.1. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Рекомендуются следующие виды самостоятельной работы:

- изучение теоретического материала с использованием конспекта лекций и рекомендованной литературы;
- подготовка к зачету в соответствии с перечнем контрольных вопросов для аттестации;
- выполнение контрольной работы;
- дидактическое тестирование.

В комплекте учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся входят:

- методические указания для выполнения контрольных работ;

- методические указания для аудиторных занятий;
- курс лекций;
- глоссарий;
- фонд оценочных средств;
- аннотация;
- рабочая программа дисциплины.

## 11.2 КУРСОВАЯ РАБОТА (ПРОЕКТ)

Учебным планом не предусмотрено.

## 11.3. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Учебным планом предусмотрена комплексная контрольная работа.

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

1. Найти вероятность  $P\{X(k) < y, X(k+1) > y\}$  в терминах общей функции распределения элементов выборки.
2. Найти совместную функцию распределения минимального и максимального членов вариационного ряда для выборки из некоторого распределения  $F$ .
3. Для выборки из равномерного распределения на отрезке  $[0, \theta]$  найти предельное при  $n \rightarrow \infty$  распределение случайной величины
  - а)  $nX_{(1)}/\theta$
  - б)  $n(\theta - X_{(n)})/\theta$
4. Построить гистограмму и полигон по заданной таблице. Распределение семей по размеру жилой площади, приходящейся на одного человека.

№	Площадь, приходящаяся на одного человека	Число семей с данным размером площади
1	3-5	10
2	5-7	20
3	7-9	40
4	9-11	30
5	11-13	15
	Всего	115

5. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из нормального распределения  $N_{a, \sigma^2}$ , где  $a \in R, \sigma > 0$ . Как найти оценки для параметров  $a$  и  $\sigma^2$ , если оба эти параметра (можно считать это и одним двумерным параметром) неизвестны?
6. На изготовление каждого из 7 электродвигателей затрачено соответственно 41,9; 44,2; 42,3; 43,1; 42,8; 43,4; 42,0 мин. Требуется определить несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения, предполагая, что время изготовления электродвигателя имеет нормальное распределение.
7. Результаты анализа процента выполнения плана рабочими цеха приведены в таблице. Вычислить центральные моменты третьего и четвертого порядка.

Процент выполнения плана	101-102	104-106	106-108	108-110	110-112
Число рабочих	5	10	15	12	8

8. Используя метод моментов с пробной функцией  $g(y) = y$ , оценить параметр  $\alpha > 0$

показательного распределения.

9. В результате  $n$  независимых наблюдений над случайной величиной  $X$  получены величины  $X_1, \dots, X_n$ . Найти оценку наибольшего правдоподобия неизвестного параметра  $\alpha$  в предположении, что случайная величина  $X$  имеет показательный закон распределения с функцией плотности  $f(x) = \alpha \cdot e^{-\alpha x}$

10. Найти оценку максимального правдоподобия параметра  $p \in (0,1)$  геометрического распределения.

11. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - выборка из равномерного распределения на отрезке  $(0, \theta)$ . Найти оценку параметра  $\theta$ , наилучшую в среднеквадратичном смысле в классе оценок вида  $c_n X_{(n)}$ . Найти ее смещение.

12. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - выборка из распределения Пуассона с параметром  $\lambda$ . Построить две различные оценки параметра  $\lambda$  и сравнить их в среднеквадратичном смысле.

13. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из равномерного распределения  $U_{0,\theta}$ , где  $\theta > 0$ . Проверить, являются ли оценки  $\theta_k^* = \sqrt[k]{(k+1)X^k}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  полученные методом моментов, асимптотически нормальными.

14. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - выборка из равномерного распределения на отрезке  $(0, 2\theta)$ . Доказать, что выборочная медиана  $\zeta^*$  - асимптотически нормальная оценка для  $\theta$ . Найти коэффициент асимптотической нормальности.

15. В процессе испытания 4 приборов не было ни одного отказа. Определить с надежностью 0,95 границы доверительного интервала для вероятности отказа, если число отказов имеет биномиальное распределение.

16. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — выборка из распределения Пуассона с параметром  $\lambda$ . Рассматриваются две простые гипотезы:  $\lambda = 1$  и  $\lambda = 3$ . Критерий  $\delta$  предписывает принимать первую гипотезу, если  $X_{(n)} \leq 1$ , и альтернативную в противном случае. Найти минимальный размер выборки, при котором мощность этого критерия превышает заданное значение  $\lambda$ .

17. Дано распределение успеваемости 100 студентов, сдавших 4 экзамена в сессию:

Число сданных экзаменов	0	1	2	3	4
Число студентов	1	1	3	35	60

С помощью критерия согласия Пирсона при значимости 0,05 проверить гипотезу о биномиальном законе распределения.

18. На основании  $n=9$  измерений найдено, что средняя высота сальниковой камеры равна  $\bar{X} = 51$  мм, а  $S = 0,8$  мм. В представлении о нормальном распределении проверить на уровне значимости 0,01 нулевую гипотезу  $H_0: \mu = 50$  мм, при конкурирующей гипотезе  $H_1: \mu = 52$  мм. Вычислить мощность критерия.

19. По четырем независимым выборкам объемом  $n_1=11$ ,  $n_2=15$ ,  $n_3=15$  и  $n_4=20$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные дисперсии, равные соответственно 3,5; 2,5; 4,0; 5,5. Проверить на уровне значимости 0,02 гипотезу об однородности дисперсий  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$ .

20. На химическом производстве получены следующие данные о зависимости выхода продукта  $Y$  (кг/час) от температуры реакции  $X$  (С<sup>0</sup>). Предполагая, что зависимость между  $X$  и

Y описывается моделью линейной регрессии, построить МНК- оценки неизвестных параметров.

X	51	32	80	73	64	45	83	44	93	28	35	40	29
Y	52,7	15,2	89,5	94,8	76	39,3	114,8	36,5	137,4	5,3	20,7	21,7	9,2

21. Предвыборный штаб кандидата X в президенты проводит социологический опрос, чтобы оценить вероятность  $p$  того, что избиратели будут голосовать на предстоящих выборах за кандидата X. Сколько избирателей надо опросить, чтобы с доверительной вероятностью 0,95 отклонение полученной оценки от истинной вероятности  $p$  отличалась не более 0,01?

22. Себестоимость  $y$  (руб.) одного экземпляра книги в зависимости от тиража  $x$  (тыс. экз.) характеризуется данными, собранными издательством

x	1	2	3	5	10	20	30	50
y	9,10	5,30	4,11	2,83	2,11	1,62	1,41	1,30

Определить оценки  $\beta_0$  и  $\beta_1$  параметров уравнения регрессии гиперболического вида  $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x}$  с надежностью  $\gamma = 0,9$  и построить доверительные интервалы для параметров  $\beta_0$  и  $\beta_1$ , а так же условного математического ожидания  $\tilde{y}$  при  $x = 10$ .

## 12. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 12.1. ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЗАЧЕТА

1. Дать определение генеральной и выборочной совокупности.
2. Дать определение точечной оценки.
3. Виды точечных оценок.
4. Выборочные моменты. Свойства выборочных моментов.
5. Методы нахождения оценок: метод моментов.
6. Метод нахождения оценок: метод максимального правдоподобия.
7. Среднеквадратичный подход. Эффективность оценок.
8. Единственность эффективной оценки в классе с заданным смещением.
9. Асимптотически нормальные оценки.
10. Скорость сходимости оценки к параметру.
11. Асимптотическая нормальность.
12. Асимптотический подход к сравнению оценок.
13. Регулярность семейства распределений.
14. Регулярные и нерегулярные семейства распределений.
15. Неравенство Рао-Крамера.
16. Неравенство Рао-Крамера и эффективность оценок.
17. Интегральное оценивание.
18. Гамма- распределение и его свойства.
19. Распределение «хи-квадрат» и его свойства.
20. Распределение Стьюдента и его свойства.
21. Распределение Фишера и его свойства
22. Преобразование нормальных выработок.
23. Точные ДИ для параметров нормального распределения.
24. Дать определение понятию простые гипотезы.
25. Подходы к сравнению критериев.
26. Построение оптимальных критериев: критерий Пирсона.
27. Построение оптимальных критериев: критерий Кохрана.
28. Критерий согласия Колмагорова.
29. Критерий согласия «хи -квадрат» Пирсона.



30. Критерий «хи-квадрат» Пирсона для проверки параметрической гипотезы.
31. Проверка гипотезы однородности.
32. Проверка гипотезы независимости: критерий «хи-квадрат» Пирсона.
33. Дать определение понятию дисперсии.
34. Совпадение дисперсий двух нормальных выборок.
35. Совпадение средних двух нормальных выборок с равными дисперсиями.
36. Гипотеза о среднем нормальной совокупности с неизвестной дисперсией.
37. Гипотеза о среднем нормальной совокупности с неизвестной дисперсией.
38. Критерии, основанные на доверительных интервалах.
39. Методы исследования статистической зависимости.
40. Математическая модель регрессии.
41. Метод максимального правдоподобия.
42. Метод наименьших квадратов.
43. Общая модель линейной регрессии.
44. Метод наименьших квадратов. Нормальное уравнение.
45. Свойства ОМНК.
46. Многомерное нормальное распределение.

## 12.2. ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТА

**Задание 1.** Генеральной совокупностью называют ...

- совокупность объектов, из которых производится выборка**
- совокупность случайно отобранных объектов
- совокупность объектов, выбранных в определенном порядке
- аналитической

**Задание 2.** Найти медиану вариационного ряда:

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$n_i$	2	3	6	8	22	9

- 5**
- 6
- 3
- 8

**Задание 3.** Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...

- (9,5; 12,5)**
- (5,8; 10)
- (11; 11,9)
- (8,6; 9,6)

**Задание 4.** Метод моментов заключается в следующем:

- любой момент случайной величины  $X_1$  зависит, от параметра  $\theta$**
- любой момент случайной величины  $X_1$  зависит, от параметра  $\theta^*$
- любой момент случайной величины  $X_1$  зависит, от функции обозначающей область определения;
- любой момент случайной величины  $X_1$  является независимой величиной.

**Задание 5.** Плотностью распределения  $\Phi_\theta$  называют...

- $f_\theta(y) = \begin{cases} \text{плотность } f_\theta(y), & \text{если распределение } \Phi_\theta \text{ абсолютно непрерывно} \\ P_\theta(X_1 = y), & \text{если распределение } \Phi_\theta \text{ дискретно} \end{cases}$

$$f_{\theta}(y) = \begin{cases} \text{плотность } f_{\theta}(y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ дискретно} \\ P_{\theta}(X_1 = y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ абсолютно не прерывно} \end{cases}$$

$$f_{\theta}(y) = \begin{cases} \text{плотность } f_{\theta}(y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ абсолютно непрерывно} \\ P_{\theta}(X_1 \geq y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ дискретно} \end{cases}$$

$$f_{\theta}(y) = \begin{cases} \text{плотность } f_{\theta}(y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ дискретно} \\ P_{\theta}(X_1 \leq y), & \text{если распределение } \Phi_{\theta} \text{ абсолютно не прерывно} \end{cases}$$

**Задание 6.** Для случайно отобранных семи рабочих стаж работы оказался равным: 10,3,5,12,11,7,9. Чему равно среднеквадратичное отклонение по их стажу?

- 3,16**
- 2,15
- 3
- 1,5

**Задание 7.** Если  $\theta^*$  — асимптотически нормальная оценка для  $\theta$ , то  $\theta^*$

- состоятельна**
- не состоятельна
- смещенная
- не смещенная

**Задание 8.** Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — выборка объема  $n$  из показательного распределения  $E_{1/\alpha}$  с параметром  $1/\alpha$ , где  $\alpha > 0$ . Найти информацию Фишера

$$I(\alpha) = E_{\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha^2} \ln f_{\alpha}(X_1) \right)^2$$

$$\bullet I(\alpha) = E_{\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln f_{\alpha}(X_1) \right)^2$$

$$\circ I(\alpha) = E_{\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln f_{\alpha}(X_1) \right)$$

$$\circ I(\alpha) = E^2_{\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln f_{\alpha}(X_1) \right)^2$$

**Задание 9.** Пусть распределение  $\Phi$  с функцией распределения  $F$  абсолютно непрерывно.

Число  $\tau_{\delta}$  называется квантилью уровня  $\delta$  распределения  $\Phi$ , если...

- $F(\tau_{\delta}) = \delta$ ,
- $F(\tau_{\delta}) \geq \delta$ ,
- $F(\tau_{\delta}) \leq \delta$
- $F(\tau_{\delta}) \neq \delta$

**Задание 10.** Пусть  $\xi_1, \dots, \xi_n$  независимы, и  $\xi_i$  имеет гамма-распределение  $\Gamma_{\alpha, \lambda_i}, i = 1 \dots n$ . Тогда

$S_n = \sum_{i=1}^n \xi_i$  имеет распределение ...

- $\Gamma_{\alpha, \sum_1^n \lambda_i}$
- $\Gamma_{\alpha, \sum \lambda_i}$
- $\Gamma_{\sum_1^n \lambda_i}$
- $\Gamma_{\lambda, \sum_1^n \lambda_i}$

**Задание 11.** Если случайная величина  $t_k$  имеет распределение Стьюдента  $T_k$  с  $k$  степенями свободы, то и  $-t_k$  имеет распределение

- $t_k = \frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{1}{k}(\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2)}} = \frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{X_k^2}{k}}}$
- $t_k = \frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{1}{k}(\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2)}} = \frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{X_k}{k}}}$
- $t_k = -\frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{1}{k}(\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2)}} = -\frac{\xi_o}{\sqrt{\frac{X_k^2}{k}}}$
- $t_k = \frac{\xi_o}{\sqrt{-\frac{1}{k}(\xi_1^2 + \dots + \xi_k^2)}} = \frac{\xi_o}{\sqrt{-\frac{X_k^2}{k}}}$

$$f_{k,m} = \frac{X_k^2/k}{X_m^2/m} = \frac{m \cdot X_k^2}{k \cdot X_m^2} \quad \text{называют}$$

**Задание 12.** Распределение случайной величины распределением:

- Стьюдента,
- Фишера,**
- Пирсона,
- Гамма-распределения

**Задание 13.** Критической областью называют область  $S$ , в которой

- принимается первая истинная гипотеза
- принимается вторая (альтернативная) гипотеза**
- принимаются обе гипотезы
- не принимается ни одной гипотезы

**Задание 14.** Какой критерий применяется, если известно априори, что с вероятностью  $r$  справедлива гипотеза  $H_1$ , а с вероятностью  $s = 1 - r$  — гипотеза  $H_2$ ?

- минимаксный
- наиболее мощным критерием (НМК) размера  $\varepsilon$
- байесовский**
- при данных условиях применим любой из вышеперечисленных критериев

**Задание 15.** Если нулевая гипотеза  $H_0 : a = 3$ , то альтернативная гипотеза состоит в ...

- $H_1 : a = 3$
- $H_1 : a \geq 3$
- $H_1 : a > 3$

- $H_1 : a \leq 3$

**Задание 16.** Критерий Колмогорова имеет вид:

- $\delta(X) = \begin{cases} H_1, \text{ если } \rho(X) < C \\ H_2, \text{ если } \rho(X) \geq C \end{cases}$

- $\delta(X) = \begin{cases} H_1, \text{ если } \rho(X) > C \\ H_2, \text{ если } \rho(X) \geq C \end{cases}$

- $\delta(X) = \begin{cases} H_1, \text{ если } \rho(X) \leq C \\ H_2, \text{ если } \rho(X) \geq C \end{cases}$

- $\delta(X) = \begin{cases} H_1, \text{ если } \rho(X) < C \\ H_2, \text{ если } \rho(X) > C \end{cases}$

**Задание 17.** При каком критерии распределение зависит от числа степеней свободы?

- Пирсона**
- Колмогорова
- Ястремского
- Кохрана

**Задание 18.** Критерием Фишера называют критерий:

- $\delta(X, Y) = \begin{cases} H_1, \text{ если } f_{\varepsilon/2} \geq \rho(X, Y) \geq f_{1-\varepsilon/2} \\ H_2, \text{ иначе.} \end{cases}$

- $\delta(X, Y) = \begin{cases} H_1, \text{ если } f_{\varepsilon/2} \leq \rho(X, Y) \leq f_{\varepsilon/2-1} \\ H_2, \text{ иначе.} \end{cases}$

- $\delta(X, Y) = \begin{cases} H_1, \text{ если } f_{\varepsilon/2} \leq \rho(X, Y) \leq f_{1-\varepsilon/2} \\ H_2, \text{ иначе.} \end{cases}$

- $\delta(X, Y) = \begin{cases} H_1, \text{ если } f_{\varepsilon/2} \geq \rho(X, Y) \geq f_{\varepsilon/2-1} \\ H_2, \text{ иначе.} \end{cases}$

**Задание 19.** Функция, отражающая зависимость среднего значения  $X$  от значений  $Z$  называется

- линией регрессии**
- регрессионным уравнением
- оценкой метода моментов
- оценкой метода наименьших квадратов

**Задание 20.** Динамика производства готовой продукции на фирме указана в таблице

год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
продукция	18	21	26	22	25	28	30

Для выявления тенденции производства на ближайший год найти МНК по этим данным уравнение МНК прямой

- $y = 1,5x + 3,0$
- $y = 34,0 + 5,220x$

- $y = 0,5x + 17,598$
- $y = 1,75x + 24,286$

**Задание 21.** Положительная определенность и симметричность матрицы  $A$  влекут существование вещественной симметричной матрицы  $\sqrt{A}$  такой, что ...

- $\sqrt{A}\sqrt{A} = A$
- $\sqrt{A} = A$
- $\sqrt{A \cdot A} = A$
- $\sqrt{A\sqrt{A}} = A$

## 13. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И РЕСУРСОВ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

### 13.1. ОСНОВНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов./ Н.Ш. Кремер. – 3 –е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007.- 551 с.

2. Шуленин, В.П. Математическая статистика : учебное пособие / В.П. Шуленин. - Томск : Издательство "НТЛ", 2012. - Ч. 3. Робастная статистика. - 520 с. - ISBN 978-5-89503-508-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200150>

3. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусуев. - 2-е изд. - М. : Дашков и Ко, 2014. - 473 с. : ил., табл. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-394-02108-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=253787>

### 13.2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Автимонова Н.В. Математика для студентов экономических специальностей. - Подольск: АНО ВПО МОГИ, 2009.

2. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 8-е изд. - М. : Дашков и Ко, 2013. - 432 с. - («Учебные издания для бакалавров»). - ISBN 978-5-394-01943-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115811>

### 13.3 РЕСУРСНЫЕ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

Электронно-библиотечная система: «IPRbooks»

## 14. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Математическая статистика» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 37.03.01. Психология (квалификация (степень) «бакалавр»), осуществляется в виде лекционных и семинарских занятий, в ходе самостоятельной работы. В ходе самостоятельной работы студенты должны изучить лекционные и практические материалы, другие источники (учебники и учебно-методические пособия, подготовиться к ответам на контрольные вопросы и тестовые задания).

Дисциплина «Математическая статистика» включает 21 тему. Темы объединены в шесть дидактических единиц: «Основные понятия математической статистики. Точечное оценивание», «Сравнение оценок. Эффективные оценки», «Распределения, связанные с нормальными», «Проверка гипотез», «Критерии согласия», «Исследования статической зависимости».

Для проведения лекционных и семинарских занятий предлагается следующая тематика, в соответствии с 7 и 8 разделом рабочей программы дисциплины:

#### **заочная форма обучения**

1. Эмпирическая функция распределения, гистограмма.
2. Точечные оценки. Не смещенность, состоятельность оценок.
3. Методы нахождения оценок. Метод моментов. Состоятельность оценок метода моментов.
4. Методы нахождения оценок: метод максимального правдоподобия.
5. Среднеквадратический подход. Эффективность оценок.
6. Асимптотически нормальные оценки.
7. Интервальное оценивание.
8. Две простые гипотезы.
9. Построение оптимальных критериев.
10. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов.

**Лекция** – форма обучения студентов, при которой преподаватель последовательно излагает основной материал темы учебной дисциплины. Лекция – это важный источник информации по каждой учебной дисциплине. Она ориентирует студента в основных проблемах изучаемого курса, направляет самостоятельную работу над ним. Для лекций по данному предмету должна быть отдельная тетрадь для лекций. Прежде всего запишите, имя, отчество и фамилию лектора, оставьте место для списка рекомендованной литературы, пособий, справочников.

Будьте внимательны, когда лектор объявляет тему лекции, объясняет Вам место, которое занимает новый предмет в Вашей подготовке и чему новому вы сможете научиться. Опытный студент знает, что, как правило, на первой лекции преподаватель обосновывает свои требования, раскрывает особенности чтения курса и способы сдачи экзамена.

Отступите поля, которые понадобятся для различных пометок, замечаний и вопросов.

Запись содержания лекций очень индивидуальна, именно поэтому трудно пользоваться чужими конспектами.

Не стесняйтесь задавать вопросы преподавателю! Чем больше у Вас будет информации, тем свободнее и увереннее Вы будете себя чувствовать!

#### **Базовые рекомендации:**

- не старайтесь дословно конспектировать лекции, выделяйте основные положения, старайтесь понять логику лектора;
- точно записывайте определения, законы, понятия, формулы, теоремы и т.д.;
- передавайте излагаемый материал лектором своими словами;
- наиболее важные положения лекции выделяйте подчеркиванием;
- создайте свою систему сокращения слов;
- привыкайте просматривать, перечитывать перед новой лекцией предыдущую информацию;
- дополняйте материал лекции информацией;
- задавайте вопросы лектору;
- обязательно вовремя пополняйте возникшие пробелы.

#### **Правила тактичного поведения и эффективного слушания на лекциях:**

- Слушать (и слышать) другого человека - это настоящее искусство, которое очень пригодится в будущей профессиональной деятельности психолога.

- Если преподаватель «скучный», но Вы чувствуете, что он действительно владеет материалом, то скука - это уже Ваша личная проблема (стоит вообще спросить себя, а настоящий ли Вы студент, если Вам не интересна лекция специалиста?).

Существует очень полезный прием, позволяющий студенту- психологу оставаться в творческом напряжении даже на лекциях заведомо «неинтересных» преподавателях. Представьте, что перед Вами клиент, который что-то знает, но ему трудно это сказать (а в консультативной практике с такими ситуациями постоянно приходится сталкиваться). Очень многое здесь зависит от того, поможет ли слушающий говорящему лучше изложить свои

мысли (или сообщить свои знания). Но как может помочь «скучному» преподавателю студент, да еще в большой аудитории, когда даже вопросы задавать неприлично?

Прием прост - постарайтесь всем своим видом показать, что Вам «все-таки интересно» и Вы «все-таки верите», что преподаватель вот- вот скажет что-то очень важное. И если в аудитории найдутся хотя бы несколько таких студентов, внимательно и уважительно слушающих преподавателя, то может произойти «маленькое чудо», когда преподаватель «вдруг» заговорит с увлечением, начнет рассуждать смело и с озорством (иногда преподаватели сами ищут в аудитории внимательные и заинтересованные лица и начинают читать свои лекции, частенько поглядывая на таких студентов, как бы «вдохновляясь» их доброжелательным вниманием). Если это кажется невероятным (типа того, что «чудес не бывает»), просто вспомните себя в подобных ситуациях, когда с приятным собеседником-слушателем Вы вдруг обнаруживаете, что говорите намного увереннее и даже интереснее для самого себя. Но «маленького чуда» может и не произойти, и тогда главное - не обижаться на преподавателя (как не обижается на своего «так и не разговорившегося» клиента опытный психолог-консультант). Считайте, что Вам не удалось «заинтересовать» преподавателя своим вниманием (он просто не поверил в то, что Вам действительно интересно).

- Чтобы быть более «естественным» и чтобы преподаватель все- таки поверил в вашу заинтересованность его лекцией, можно использовать еще один прием. Постарайтесь молча к чему-то «придаться» в его высказываниях. И когда вы найдете слабое звено в рассуждениях преподавателя (а при желании это несложно сделать даже на лекциях признанных психологических авторитетов), попробуйте «про себя» поспорить с преподавателем или хотя бы послушайте, не станет ли сам преподаватель «опровергать себя» (иногда опытные преподаватели сначала подбрасывают провокационные идеи, а затем как бы сами с собой спорят). В любом случае, несогласие с преподавателем - это прекрасная основа для диалога (в данном случае - для «внутреннего диалога»), который уже после лекции, на семинаре может превратиться в диалог реальный. Естественно, не следует извращать данный прием и всем своим видом показывать преподавателю, что Вы его «презираете», что он «ничтожество» и т. п. Критика (особенно критика преподавателя) должна быть конструктивной и доброжелательной. Будущему психологу вообще противопоказано «демонстративное презрение» к кому бы то ни было (с соответствующими «вытаращенными глазами» и «фыркающим ротиком») - это скорее, признак «пациента», чем специалиста-человековеда...

- Если Вы в чем-то не согласны (или не понимаете) с преподавателем, то совсем не обязательно тут же перебивать его и, тем более, высказывать свои представления, даже если они и кажутся Вам верными. Перебивание преподавателя на полуслове - это верный признак невоспитанности. А вопросы следует задавать либо после занятий (для этого их надо кратко записать, чтобы не забыть), либо выбрав момент, когда преподаватель сделал хотя бы небольшую паузу, и обязательно извинившись. Неужели не приятно самому почувствовать себя воспитанным человеком, да еще на глазах у целой аудитории?

#### **Правила конспектирования на лекциях:**

- Не следует пытаться записывать подряд все то, о чем говорит преподаватель. Даже если студент владеет стенографией, записывать все высказывания просто не имеет смысла: важно уловить главную мысль и основные факты.

- Желательно оставлять на страницах поля для своих заметок (и делать эти заметки либо во время самой лекции, либо при подготовке к семинарам и экзаменам).

- Естественно, желательно использовать при конспектировании сокращения, которые каждый может «разработать» для себя самостоятельно (лишь бы самому легко было потом разобраться с этими сокращениями).

- Стараться поменьше использовать на лекциях диктофоны, поскольку потом трудно будет «декодировать» неразборчивый голос преподавателя, все равно потом придется переписывать лекцию (а с голоса очень трудно готовиться к ответственным экзаменам), наконец, диктофоны часто отвлекают преподавателя тем, что студент ничего не делает на лекции (за него, якобы «работает» техника) и обычно просто сидит, глядя на преподавателя немигающими глазами (взглядом немного скучающего «удава»), а преподаватель чувствует

себя неуютно и вместо того, чтобы свободно размышлять над проблемой, читает лекцию намного хуже, чем он мог бы это сделать (и это не только наши личные впечатления: очень многие преподаватели рассказывают о подобных случаях). Особенно все это забавно (и печально, одновременно) в аудиториях будущих менеджеров, которые все-таки должны учиться чувствовать ситуацию и как-то положительно влиять на общую психологическую атмосферу занятия.

**Семинарские занятия** – это одна из форм учебной работы, которая ориентирована на закрепление изученного теоретического материала, его более глубокое усвоение и формирование умения применять теоретические знания в практических, прикладных целях.

Для того чтобы семинарские занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на семинарских занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

#### **При подготовке к семинарскому занятию:**

- проанализируйте тему занятия, подумайте о цели и основных проблемах, вынесенных на обсуждение;
- внимательно прочитайте материал, данный преподавателем по этой теме на лекции;
- изучите рекомендованную литературу, делая при этом конспекты прочитанного или выписки, которые понадобятся при обсуждении на занятии;
- постарайтесь сформулировать свое мнение по каждому вопросу и аргументировать его обосновать;
- запишите возникшие во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературой вопросы, чтобы затем на семинарском занятии получить на них ответы.

#### **В процессе работы на семинарах:**

- внимательно слушайте выступления других участников занятия, старайтесь соотнести, сопоставить их высказывания со своим мнением;
- активно участвуйте в обсуждении рассматриваемых вопросов, не бойтесь высказывать свое мнение, но старайтесь, чтобы оно было подкреплено убедительными доводами;
- если вы не согласны с чьим-то мнением, смело критикуйте его, но помните, что критика должна быть обоснованной и конструктивной, т.е. нести в себе какое-то конкретное предложение в качестве альтернативы;
- после семинарского занятия кратко сформулируйте окончательный правильный ответ на вопросы, которые были рассмотрены.

Подобные семинарские занятия помогают студентам глубоко овладеть предметом, способствует развитию у них умения самостоятельно работать с учебной литературой и первоисточниками, освоению ими методов научной работы и приобретению навыков научной аргументации, научного мышления. Только это обеспечит высокую эффективность учебных занятий. Преподавателю же такая работа студента позволяет судить о том, насколько успешно и с каким желанием он осваивает материал курса.

При самостоятельном разборе ситуаций и задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы, то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала такого анализа составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или ситуаций следует излагать более подробно. Разбор ситуаций при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом.

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала



или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

## **15. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА**

### **15.1. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходимы следующие программное обеспечение и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система Гарант <http://www.garant.ru/>
2. Справочная правовая система Консультант Плюс <http://www.consultant.ru/>

На рабочих местах используется операционная система Microsoft Windows, пакет Microsoft Office, а также другое специализированное программное обеспечение. В вузе есть два компьютерных класса, оснащенных лицензионным программным обеспечением – MS office, MS Project, Консультант + агент, 1С 8.2, Visual Studio, Adobe Finereader, Project Expert. Большинство аудиторий оборудовано современной мультимедийной техникой.

### **15.2. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима следующая материально-техническая база:

1. Экран.
2. Мультимедиа-проектор.
3. Компьютеры.
4. Телевизор.

**Рабочая программа дисциплины рассмотрена, согласована и одобрена на заседании кафедры психологии и педагогики:**

**Протокол № 1 от «25» августа 2017 г.**

**Заведующий кафедрой**  **М.В.Волкова**